

III RAZRED -MATEMETIKA

U prvoj nedelji septembra planirano je obnavljanje gradiva druge godine (3 časa), a 4-tog časa radi se inicijalni test.

1.ČAS

1. Uprostiti izraz: a) $\left(\frac{y^{-2}}{x^{-2}}\right)^{-3} : \left(\frac{x^{-1}}{y^2}\right)^{-3}$ rezultat : a) $\frac{1}{x^3}$

b) $\left(\left(\frac{5x^{-5}}{2y^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{y^{-1}}{5x^{-1}}\right)^{-3}\right) : 10x^2y^{-3}$

2. Primenom definicije korena izračunati: $(3\sqrt{6} - 2\sqrt{16}) \cdot (2\sqrt{16} + 3\sqrt{6})$
rez : -10

3. Dati su izrazi A i B. Dokazati da izrazi A i B imaju jednake vrednosti:

$A = \left(2 - \frac{1}{3}\right)\sqrt{5 + \frac{2}{5}}$ i $B = \frac{3}{4}\sqrt{27 - \frac{1}{3}}$ rezultat : $A=B=\sqrt{15}$

4. Racionalisati imeniocce razlomka: a) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\frac{14}{\sqrt[5]{8}}$ c) $\frac{11}{2\sqrt{3}-1}$ d) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}-1}$
rezultat : a) $3\sqrt[3]{4}$, b) $7\sqrt[3]{4}$, c) $2\sqrt{3}+1$, d) $4(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)$

5. Ako je $A = \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3b^3}{5a^3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{5a}{3b^3}}$ i $B = \sqrt[8]{\frac{a^2}{2b}} \cdot \sqrt[12]{\frac{3a^4}{b^7}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^3}{a^2}} \cdot \sqrt[24]{\frac{8}{25b^3}}$ tada je $A=B$.
Dokazati.

2. ČAS

1. Izračunati: $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} + b^2} + \frac{a-b}{\frac{1}{a^2} - b^2}$ rezultat: $2\sqrt{a}$

2. Obaviti naznačene operacije: $\left(\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{a}{a-1} \right) \cdot \frac{a-14}{\sqrt{a}}$, ($a > 0, |a| \neq 1$)

rezultat: 5

3. Izračunati: a) $\frac{2+i}{2-i} + \frac{2-i}{2+i}$, b) $\frac{1+3i}{(-1-i)^2} + \frac{(-4+i)(-4-i)}{1+i}$

c) $i^2, i^3, i^4, i^5, i^6, i^7, i^8, i^{60}$ d) $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} + i^{24} + i^{33} + i^{49}$

rez: a) $\frac{6}{5}$, b) $7-8i$, d) 1

4. Izračunati vrednost kompleksnog izraza: $\frac{z-\bar{z}}{1+z \cdot \bar{z}}$ za $z=1+i$.

Rez: $\frac{2}{3}i$

5. Rešiti jednačine: a) $(2x-3)^2 + (2x-5)^2 = 4(x-3)^2 + 30$

b) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$

c) $\frac{5x}{2x^2-x-1} - \frac{5}{2x+1} = \frac{4x-5}{x^2-1}$

d) $|x-1| + x^2 - 3x + 2 = 0$

Rez: a) (-2,4) b) $\left(-\frac{5}{4}, 1\right)$ c) $\left(-\frac{5}{8}, 2\right)$ d) $x=1$

6. Rastavi na činioce: a) $4y^2-1$, b) $81-x^2$, c) $(x+1)^2-4$, d) x^3-x

3. ČAS

pdfMachine

A pdf writer that produces quality PDF files with ease!

Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, if you can print from a windows application you can use pdfMachine.

Get yours now!

1. Rešiti jednačinu: $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ Rez: $\{-3, -1, 1, 3\}$

2. Rešiti nejednačinu: $\frac{4x - x^2}{x^2 - x + 1} \geq 0$ Rez: $0 \leq x \leq 4$

3. Za koje realne vrednosti x razlomak $\frac{-x^2 + 2x - 5}{2x^2 - x - 1}$ manji od -1?

Rez: $x \in \left(-3, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, 2)$

4. Rešiti nejednačinu: $\frac{x+5}{2x-4} < \frac{x+1}{x-5} < \frac{2}{x+6}$ Rez: $-6 < x < 2$

5. Odrediti sve realne brojeve m takve da funkcija:

a) $x \rightarrow y = (m-2)x^2 - (m+1)x + m+1$, pozitivna za svako x.

b) $x \rightarrow y = (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 4m+1$, negativna za svako x.

Rez: a) $m > 3$, b) $-\infty < m < -\frac{7}{3}$

4.ČAS je izrada testa .Na testu će biti 10 zadataka a kriterijum ocenjivanja je :
Svaki zadatak nosi 10poen a , od 20 do 40 poena je (2)

Od 41 do 60 poena (3)

Od 61 do80 poena je (4) i od 81 do 100 poena je

(5)

Троугао

- **Неједнакост троугла:** збир две странице **троугла** увек је већи од треће странице, $b + c > a$.
- **Збир углова у троуглу** једнак је испруженом углу, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Тежишна линија (медијана) троугла је дуж (**права**) која спаја врх са средином супротне странице троугла. **Тежиште** је **тачка** у којој се секу тежишне линије. Тежиште дели тежишну линију у односу 2:1 почев од врха.

Симетрала угла троугла је дуж (**права**) која полови унутрашњи **угао** троугла. Симетрале углова секу се у једној тачки која је **центар уписане кружнице** троугла. Ако симетрала угла дели страницу a на одсечке m и n , онда је $m : n = c : b$.

- **Висина троугла** је нормала спуштена из врха троугла на супротну страницу. **Ортоцентар** је тачка у којој се секу висине троугла.
- **Центар описане кружнице** троугла је тачка пресека **симетрала** страница троугла.
- .
- **Једнакостранични троугао** је онај код којег су све три странице једнаке ($a=b=c$). Сва три његова угла су по 60° . У њему се подударају све четири значајне тачке троугла: тежиште, ортоцентар, центар уписане кружнице, центар описане кружнице.
- **Средња линија троугла** је дуж (**права**) која спаја средине две странице троугла. Она је паралелна са трећом страницом троугла и једнака половини њене дужине.

- Површина троугла:

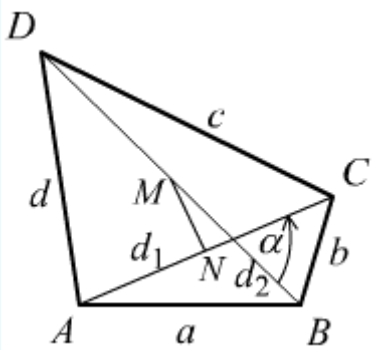
$$P_{\Delta} = \frac{ah_a}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2} = rp = \frac{abc}{4R} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где је $p = \frac{a+b+c}{2}$ полуобим, r полупречник уписане, R полупречник описане кружнице датог троугла.

Ако су дате све три странице троугла тада се његова површина рачуна по ХЕРОНОВОМ обрасцу.

- Често нам је у задацима потребно познавање карактеристичних троуглова, а то су половина једнакостраничног троугла и половина квадрата. Нацртај их за домаћи на А -4 формату и дај неколико примера где би то знање упоребио.

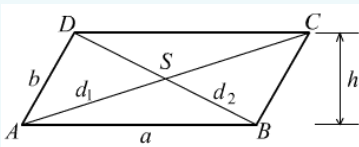
Четвороугао



- Збир (унутрашњих) углова сваког конвексног **четвороугла** је 360° .
- *Тангентни* четвороугао је онај у којег можемо уписати **кружницу**.
- У четвороугао можемо уписати кружницу ако и само ако је $a + b = c + d$.
- *Тетивни* четвороугао је онај око којег се може описати кружница.
- Око четвороугла можемо описати кружницу тада и само тада ако је $\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180^\circ$, тј. ако су му наспрамни углови **суплементни**.

Паралелограм

Дефиниције **паралелограма**. *Паралелограм* је **четвороугао** који има једну од следећих особина; он тада има и све остале набројане особине:

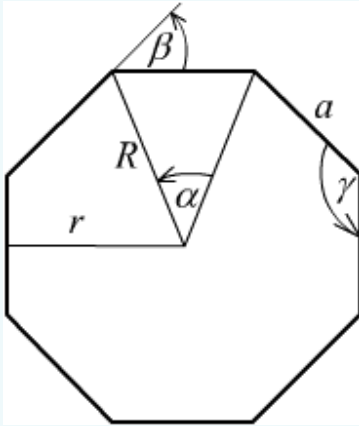


Сл.5. Паралелограм

1. супротне странице су **паралелне**;
 2. супротне странице су једнаке;
 3. један пар супротних страница је паралелан и једнак;
 4. дијагонале се полове (секу се у тачки која је средина сваке од њих посебно);
 5. супротни **углови** су једнаки.
- Површина паралелограма је: $P = ah$.

Многоугао

Многоугао је затворена изломљена линија. Сегменти изломљене линије називају се странице многоугла, а крајеви сегмената - темена.



Сл.1. Правилан многоугао

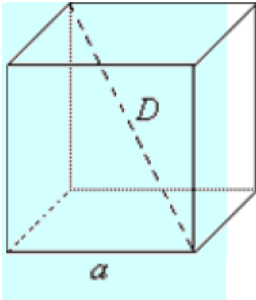
- Збир унутрашњих **углова** многоугла, n -то угла је $180^\circ(n-2)$, где је $n = 3, 4, 5, \dots$
- Збир спољашњих углова је 360° .
- **Површину** одређујемо тако да многоугао раставимо на **троуглове**.
- Многоугао је **правилан** ако су му све странице и сви углови међусобно једнаки. Друга дефиниција, многоугао је правилан, ако се око њега и у њега може уписати кружница. За правилне многоуглове са n страница важи:
 - централни угао $\alpha=360^\circ/n$;
 - спољашњи угао $\beta=360^\circ/n$;
 - унутрашњи угао $\gamma=180^\circ-\beta$;

Правилан шестоугао дијагоналама је подељен на 6 једнакостраничних троуглова, па се тако и његова површина рачуна као $P=6 \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$. Разликујемо дужу дијагоналу $d=2a$, и краћу дијагоналу $d=2h$, где је $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

задаци:

1. Странаца ромба је 12 цм а угао између њих је 60° . Одреди дијагонале, висину и површину ромба.
2. Странаца ромба је $a=5$, а збир дијагонала је $d_1+d_2=14$. Одреди површину ромба.

PRIZMA



Dijagonala kocke:

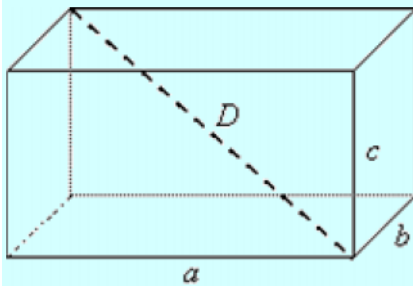
$$D = a\sqrt{3}$$

Površina kocke:

$$O = 6a^2$$

Zapremina kocke:

$$V = a^3$$



Dijagonala kvadra:

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Površina I zapremina kvadra:

$$O = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Prizma je geometrijsko telo koje ima dve baze i omota . Površina svake prizme računa se po formuli $P=2B +M$, a zapremina $V= BH$.Svaka prizma može biti pravilna ili ne .Pravilna je ako joj je baza pravilan mnogougao.U omota u pravilne prizme nalaze se jednaki pravougaonici.Svaka pravilna prizma može biti jednakoivi na.Tada se u omota u nalaze kvadrati.

Zadaci:

- 1.Površina pravilne trostrane prizme je $P=20\sqrt{3}$, a osnovna ivica je 4. Odrdi H.
- 2.Osnovne ivice prave trostrane prizme se odnose kao 17:10:9 , bočina ivica je 16 , a površina prizme je 1440.Izračunaj osnovne ivice.
- 3.Osnova prizme je pravougli trougao čije su katete 12 i 15 , a visina je 4. Izračunaj P prizme.
- 4.Osnova prizme je pravougli trougao sa površinom $9\sqrt{3}$ i jednim uglom od 30° .Površina najveće bočnice strane je 8. Izračunaj V prizme.
- 5.Izračunaj P prizme čija je $V=720$ a osnova je trougao sa stranicama 25 , 17 , 12 .
- 6.Izračunaj P kvadra čija je dužina dijagonale 20 , a dužina osnovnih ivica 4 i 6 .
- 7.Ivice kvadra odnose se kao 1:2:5 , a njegova dijagonala duga je $5\sqrt{6}$. Kolika je P kvadra.
- 8.Izračunaj P i V prizme čija je baza romb sa dijagonalama 16 i 12 , a visina jednaka osnovnoj ivici.
- 9.Izračunaj P i V prizme čija je baza romb sa dijagonalama 72 i 96 , a površina omota a 7800 .
- 10.Izračunaj P i V prizme čija je osnova trapez sa osnovicama 105 i 25 i kracima 64 i 48, a površina omota a jednaka je površini osnove.
11. Izračunaj P i V pravilne šestostrane prizme osnovne ivice 4 , ako je površina najveće dijagonalnog preseka 120.

